

# МЕТОДОЛОГИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ТЕОРИЯ АДЕКВАТНОСТИ КАК ОСНОВА УЛУЧШЕНИЯ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ

Мельников Юрий Борисович, к.ф.-м.н., доцент  
Шитиков Сергей Александрович, к.ф.-м.н., доцент  
Уральский государственный экономический университет  
UriiMelnikov58@gmail.com, Shitikov-s-a@yandex.ru

*Аннотация:* Кратко представлены результаты применения теории адекватности, являющейся частью авторской теории моделирования, к улучшению адекватности моделей, применяемых в системе образования.

*Ключевые слова:* теория и методика обучения математике, теория моделирования, теория адекватности.

## METHODOLOGY OF MATHEMATICS AND MATHEMATICS EDUCATION: THE THEORY OF ADEQUACY AS A BASIS FOR IMPROVING THE ADEQUACY OF THE MODELS

Melnikov Yury Borisovich, PhD in phys.-math. sciences, Associate Professor  
Shitikov Sergey Alexandrovich, PhD in phys.-math. sciences, Associate Professor  
The Ural State University of Economics  
UriiMelnikov58@gmail.com, Shitikov-s-a@yandex.ru

*Abstract:* Authors briefly present the results of application of the theory of adequacy, which is part of the author's theory of modeling to improve the adequacy of the models used in the education system.

*Keywords:* theory and methodology of mathematical education, the modeling theory, the theory of adequacy.

Адекватность модели оценивается её сравнением с некоторой эталонной моделью, которая обычно отличается от прототипа. В понятие «модель» мы включаем не только образ моделируемого объекта, но и интерфейс между прототипом и образом, обеспечивающий обмен информацией между ними. Этот интерфейс мы называем **интерфейсным компонентом модели**, а представление образа – **модельно-содержательным компонентом модели**. Модельно-содержательный компонент включает в себя **носитель** – совокупность элементов, из которых состоит модель, и систему характеристик, т.е. функций, определенных на носителе модели [1]. Характеристика с числовым значением называется величиной (скалярной величиной). **Моделью адекватности** назовем модель, состоящую из всех моделей, рассматриваемых в рамках некоторого исследования, на которой определена функция двух аргументов, первый из которых обозначает оцениваемую модель, а второй – эталонную модель, удовлетворяющая следующим постулатам:

1) *постулат определения адекватности как результата сравнения:* адекватность определяется как результат сравнения моделей, одна из которых считается оцениваемой, а другая – эталонной;

2) *постулат представимости:* все части оцениваемой модели, влияющие на оценку адекватности, должны быть представлены<sup>1</sup> в эталонной модели;

3) *постулат упорядоченности значений характеристики адекватности:* на области значений характеристики адекватности определено хотя бы одно отношение частичного порядка [2, С. 20-22];

4) *постулат моделирования адекватности:* характеристика адекватности всегда представлена некоторой моделью, например, формулой, описанием процедуры измерения и т.п.;

5) *постулат оценивания* на базе метрического пакета [3]: адекватность значений характеристик (в частности, величин) определяется факторами, перечисленными в метрическом пакете.

Например, проведение контрольной работы можно трактовать как оценивание адекватности модели обучаемого в сравнении с эталоном, описанном, например, в учебной программе (обучаемый должен знать..., уметь..., владеть...). Постулат определения адекватности как результата сравнения с эталонной моделью в данном случае означает, что отметка за контрольную работу должна

---

<sup>1</sup> Например, если при выполнении задания в тестовой форме обучаемый должен лишь заполнить поле для ввода искомым числовым значением (см. задания части I из ЕГЭ 2016 года), то в этой модели его деятельности не представлен способ получения искомого значения.

определяться только результатами выполнения заданий, на итоговую отметку не должны влиять отношение преподавателя к обучаемому, внешний вид и поведение учащегося или студента и т.п. Постулат представимости в данном случае означает, что по результатам контроля можно судить только о сформированности тех компетенций, измерение которых предусмотрено формой и содержанием контроля. Постулат моделирования адекватности проявляется, например, в требовании сообщать обучаемым критерии оценки результатов деятельности.

Модель мы назовем **структурной**, если она отражает специфику предметной области, ориентирована на содержательные связи (например, причинно-следственные). В отличие от них **феноменологические модели** имеют формально-статистический характер, без раскрытия сущности.

Аксиоматическое определение характеристики адекватности позволило сформировать полный список возможных направлений улучшения адекватности модели, основанный на:

1) постулате определения адекватности как результата сравнения моделей, результатом которого является рекомендация улучшения качества измерения за счет а) введения новых эталонных моделей и/или новых характеристик адекватности; б) смены ролей оцениваемой и эталонной моделей;

2) постулате представимости оцениваемой модели в эталонной модели, что приводит к рекомендации улучшения адекватности за счёт: а) повышения адекватности представления оцениваемой модели в эталонной модели; б) обогащения эталонной модели и/или интерфейсного компонента; в) построения эталонной модели в виде результата применения «операций алгебры моделей» к имеющейся системе эталонных моделей; г) перехода от эндоструктурных к экзоструктурным эталонным моделям (в эндоструктурных моделях внешняя среда не рассматривается по существу, а экзоструктурные модели описывают объект с учетом взаимодействия с внешней средой); д) перехода от использования одномерной характеристики адекватности к векторной характеристике (оцениванию с помощью системы характеристик адекватности);

3) постулате измерения с помощью частично упорядоченного множества значений, что приводит к рекомендации уменьшать долю несравнимых значений характеристики адекватности или увеличивать число значений;

4) постулате моделирования адекватности, что приводит к рекомендациям: а) оптимизировать измерение адекватности за счет совершенствования эталонной модели и/или процесса измерения характеристики адекватности<sup>2</sup> (для улучшения достоверности [3, 1, с.34]) или улучшения описания эталонной модели и процесса измерения (для улучшения корректности [3, 1, с.34]); б) уточнения области применения характеристики адекватности (в частности, с помощью анализа экстремальных ситуаций); в) определения адекватности моделей для «экстремальных» случаев, в частности, для формирования способа измерения уровня адекватности, для выявления границ применимости моделей и используемых характеристик адекватности и др.; г) выявления области, в которой оцениваемая модель обладает достаточно высоким уровнем адекватности, и использования данной модели только в рамках этой области; д) разбиения области определения характеристик адекватности на непересекающиеся области, выбора оптимальной характеристики адекватности на каждой из этих областей и определения значения характеристики адекватности в виде «составной» функции, значение которой определяется соответствующей характеристикой на каждой из выделенных областей; е) построения оцениваемой модели с помощью операций алгебры моделей, примененных к моделям, каждая из которых обладает в своей области достаточно высоким уровнем адекватности; ё) декомпозиции модели, сведения нахождения значения характеристики адекватности к определению значений её составляющих и выявления моделей, оказывающих наибольший негативный вклад с последующей корректировкой этих моделей; ж) изучения свойств характеристик адекватности, установление отношений между ними, перехода от получения значений с помощью единичных измерений к их статистической обработке с использованием корреляционных зависимостей; з) использования моделей с постоянной корректировкой по результатам сравнения с эталонной моделью;

5) постулате оценивания на базе метрического пакета приводит к рекомендациям: а) перехода от структурных моделей к феноменологическим моделям и обратном переходе; б) перехода от одной эталонной модели к системе эталонных моделей с использованием статистических методов или теоретической обработки на основе типовых моделей предметной области.

В работе рассмотрены примеры оценки адекватности модели учебного занятия для каждого из этапов моделирования: *этапа планирования занятия* и *этапа проведения занятия* в соответствии с выбранным или созданным планом занятий.

---

<sup>2</sup> Например, используя другой физический принцип измерения величины.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект~16-06-00240).

### **Список литературы**

1. Мельников, Ю.Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей: Монография [Текст] / Ю.Б. Мельников.- Екатеринбург: Уральское издательство, 2004. - 384 с.
2. Курош, А.Г. Лекции по общей алгебре. Издание второе, М.: Наука, 1973.- 400 с.
3. Мельников Ю.Б. Об определении и оценке адекватности модели/ Ю.Б. Мельников, Г.В. Ваганова, Е.П. Матвеева/ Образование и наука, № 6(10), 2007. - С. 3-14